

## 10 класс

### Задача №10-Е1. Универсальный измеритель

Изготовим из трубочки и пластилина устройство («ареометр») для измерения массы. Для этого на один из концов прикрепим шарик из пластилина. Важно добиться герметичного соединения пластилина с трубочкой, чтобы через пластилиновую пробку не подтекала вода. Основным параметром при измерении массы небольших предметов, помещённых внутрь ареометра, является изменение глубины его погружения в воду  $\Delta h$ . Это изменение удобно определить по положению верхнего конца трубочки (торчащего из воды). Для этого можно, например, приклеить полоску миллиметровой бумаги на сосуд с водой.

Масса предмета  $m$  при этом рассчитывается через изменение силы Архимеда

$$m = \rho S \Delta h,$$

где  $\rho$  – плотность воды,  $S = \frac{\pi d_0^2}{4}$  – площадь сечения трубочки,  $d_0$  – её внешний диаметр. Измерим диаметр трубочки, обмотав её несколькими витками нитки. В нашем случае длина 10 витков нитки составила  $L = 150 \pm 2$  мм. Соответственно,  $d_0 = \frac{L}{10\pi} = 4,8 \pm 0,05$  мм. При этом  $S = \frac{\pi d_0^2}{4} = 17,3 \pm 0,4$  мм<sup>2</sup>. Относительная погрешность  $\varepsilon_S \approx 0,02$ .

Помещаем пульки в трубочку до тех пор, пока ареометр почти полностью не погрузится в воду. При длине трубочки  $\approx 18$  см и диаметре  $d_0 \approx 4,8$  мм достаточно 7 шариков, чтобы трубка почти полностью погрузилась в воду (при массе пластилина примерно 1,5 г). С помощью миллиметровки измеряем расстояние от верхнего конца трубочки до поверхности воды с пулями (при 6 пулях, помещённых в ареометр). Начнём вынимать шарики из ареометра по одной штуке, наблюдая за устойчивостью ареометра. В какой-то момент времени он потеряет устойчивость, начинает опрокидываться. Оставим в нем **минимальное** число пулек, при котором ареометр все ещё устойчиво плавает (при длине трубочки  $\approx 18$  см, диаметре  $d_0 \approx 4,8$  мм и массе пластилина 1,5 г минимальное число шариков равно 2). Определим расстояние от верхнего конца ареометра до поверхности воды  $l_2 \approx 9,4$  см. Тогда

$$N \cdot mg = \rho_v g (l_2 - l_1) \pi \frac{d_0^2}{4},$$

где  $N$  – количество шариков, которые мы вытащили из ареометра. Отсюда масса



Рис. 1. Внешний вид «устройства»

одной пульки

$$m = \frac{\rho_B \pi d_0^2}{4N} (l_2 - l_1) \approx 0,33 \text{ г.}$$

Оценим погрешность определения массы пульки. Будем считать, что величина  $\Delta l = l_2 - l_1$  определяется с погрешностью  $\pm 2$  мм, с относительной погрешностью  $\varepsilon_{\Delta l} \approx 0,03$ . Тогда относительная погрешность определения массы пулек составляет  $\varepsilon_m \approx \varepsilon_{\Delta l} + \varepsilon_S \approx 0,05$ . Таким образом, масса одной пульки  $m = 0,33 \pm 0,02$  г. Контрольное измерение массы пульки с помощью электронных весов даёт  $m \approx 0,34$  г. *Примечание.* В данном методе используется небольшой кусочек пластилина, равновесие пустого ареометра обеспечивается шариками, которые всегда находятся внутри ареометра. Это же равновесие можно обеспечить, используя соответствующее количество пластилина.

Внутрь трубочки помещаем медный провод. Массу пластилина при необходимости «регулируем», подбираем такой, чтобы ареометр почти полностью погружалось вместе с медным проводом. Масса провода слишком большая, и устойчиво плавающий без провода «пустой» ареометр тонет, если опустить в него медный провод.

С помощью миллиметровки измеряем глубину погружения трубочки (высоту конца, который торчит из воды) с проводом  $h_m$ . Повторяем измерения для алюминиевого проводника (рис. 2а и 2б), получим глубину погружения  $h_a$ . Результаты измерений:

$$h_m = 90 \pm 1,5 \text{ мм}; \quad h_a = 22 \pm 1,5 \text{ мм}; \quad \Delta h = h_m - h_a = 68 \pm 3 \text{ мм},$$

где  $\Delta h$  — разность высот, на которую поднимается ареометр при замене медного на алюминиевый проводник.

Измеряем длину проводов  $l = 77 \pm 1$  мм. Разница масс медного и алюминиевого проводов, определённая таким способом составляет

$$\Delta m = m_m - m_a = \rho S (h_m - h_a) = \rho S \Delta h \approx 1,2 \text{ г.}$$

При этом относительная погрешность  $\varepsilon_{\Delta m} \approx \varepsilon_S + \varepsilon_{\Delta h} \approx 0,02 + 0,04 = 0,06$ , абсолютная погрешность  $\Delta_{\Delta m} \approx 0,07$  г.

Разница в массах обусловлена разностью плотностей меди и алюминия

$$\Delta m = (\rho_m - \rho_a) \frac{\pi d^2}{4} l.$$

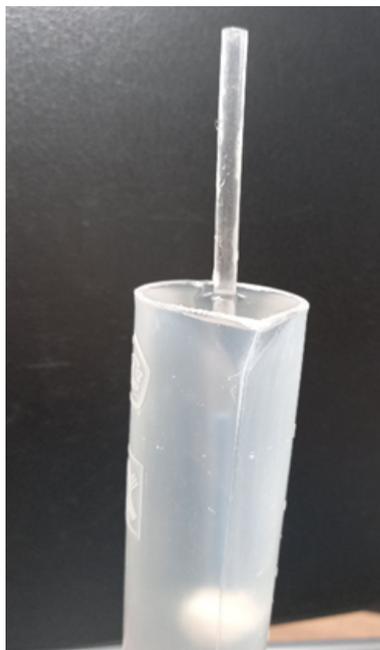
Отсюда  $d = \sqrt{\frac{4\Delta m}{\pi(\rho_m - \rho_a)l}} \approx 1,8$  мм. Относительная погрешность определения  $d$ :

$$\varepsilon_d = \frac{1}{2} (\varepsilon_{\Delta m} + \varepsilon_l) \approx 0,04$$

Окончательно  $d = 1,8 \pm 0,07$  мм. При заявленном производителем сечении жилы  $2,5 \text{ мм}^2$  диаметр ее должен составлять  $1,78$  мм.



(а) с медной



(b) с алюминиевой

Рис. 2. Ареометры с проволокой