## 9 класс
## Первый день

9.1. На прямой дороге стоят школа и дома Ани и Бори. Каждый день Аня выходит из дома в 8:00 и идет в школу. Однажды Боря выбежал из дома в школу в 8:00 и догнал Аню за 30 минут. На следующий день он выбежал в 8:10 и догнал Аню за 40 минут. В какое время ему надо выбежать, чтобы встретить Аню на выходе из её дома. (Скорость Ани всегда постоянна, скорость Бори тоже постоянна.)

9.2. В равнобедренном треугольнике $ABC$ ($AB = BC$) проведена биссектриса $CD$. На основании $AC$ отмечена точка $F$ так, что $BD = CF$. Точка $E$ выбрана таким образом, что четырехугольник $CDEF$ – параллелограмм. Докажите, что $BE = BF$.

9.3. Даны квадратные трёхчлены $P(x)$ и $Q(x)$; положим $p_n = P(n)$ и $q_n = Q(n)$. Раз в минуту Саша рисует на координатной плоскости прямую: на первой минуте – прямую с уравнением $y = p_1x + q_1$, на второй – с уравнением $y = p_2x + q_2$, …, на $i$-й минуте – с уравнением $y = p_ix + q_i$. Через некоторое время Саша нашёл три нарисованные прямые, которые проходят через одну точку. Докажите, что все нарисованные прямые проходят через одну точку.

9.4. В каждой клетке доски $2\times 200$ лежит по рублёвой монете. Даша и Соня играют, делая ходы по очереди, начинает Даша. За один ход можно выбрать любую монету и передвинуть её: Даша двигает монету на соседнюю по диагонали клетку, Соня – на соседнюю по стороне. Если две монеты оказываются в одной клетке, одна из них тут же снимается с доски и достаётся Соне. Соня может остановить игру в любой момент и забрать все полученные деньги. Какой наибольший выигрыш она может получить, как бы ни играла Даша

9.5. Найдите все такие пары целых чисел $m$ и $n > 2$, что $((n-1)!-n)\cdot(n-2)! = m(m-2)$. Напоминаем, что $k! = 1\cdot 2\cdot\ldots\cdot k$ – произведение всех натуральных чисел от 1 до $k$.

## 10 класс
## Первый день

10.1. Квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ имеет два различных вещественных корня $x_1$ и $x_2$. Известно, что $f(x_1 + x_2) = 2025$. Найдите, чему может равняться $c$?

10.2. В стране 30 городов и 30 двусторонних авиалиний, соединяющих города по циклу. Можно ли добавить дополнительно ещё 10 авиалиний так, чтобы после этого из любого города можно было добраться до любого другого не более чем за 4 перелёта?

10.3. Положительные числа $a$, $b$, $c$ таковы, что $a^2b + b^2c + c^2a = 2$ и $ab^2 + bc^2 + ca^2 = 4$. Докажите, что из чисел $a$, $b$, $c$ какие-то два отличаются более чем на 2.

10.4. Верно ли, что на бесконечной клетчатой плоскости отметить конечное число узлов сетки так, чтобы было отмечено не менее двух точек, и для любой пары отмеченных точек нашлась бы отмеченная точка, равноудалённая от них?

10.5. Высоты *BD и CE* остроугольного треугольника *ABC* пересекаются в точке *H*, высоты треугольника *ADE* пересекаются в точке *F*, точка *M* – середина стороны *BC*. Докажите то, что $BH + CH \geq 2FM$.

**11 класс**
**Первый день**

11.1. Верно ли, что существует четыре попарно различных положительных числа $a$, $b$, $c$, $d$, при которых все четыре числа $\frac{a+b}{a-b}$, $\frac{b+c}{b-c}$, $\frac{c+d}{c-d}$, $\frac{d+a}{d-a}$ – целые?

11.2. Вещественные числа $x$, $y$, $z$ таковы, что $2x > y^2 + z^2$, $2y > z^2 + x^2$, $2z > x^2 + y^2$. Докажите, что каждое из чисел $x$, $y$, $z$ меньше 1.

11.3. В каждой клетке доски $2\times200$ лежит по рублёвой монете. Даша и Соня играют, делая ходы по очереди, начинает Даша. За один ход можно выбрать любую монету и передвинуть её: Даша двигает монету на соседнюю по диагонали клетку, Соня – на соседнюю по стороне. Если две монеты оказываются в одной клетке, одна из них тут же снимается с доски и достаётся Соне. Соня может остановить игру в любой момент и забрать все полученные деньги. Найдите, какой наибольший выигрыш она может получить, как бы ни играла Даша?

11.4. Найдите все такие пары целых чисел $m$ и $n>2$, что $((n-1)!-n)\cdot(n-2)! = m(m-2)$. Напомним, что $k! = 1\cdot2\cdot\ldots\cdot k$ – произведение всех натуральных чисел от 1 до $k$.

11.5. В треугольнике *ABC* с углом $100^\circ$ при вершине *A* медианы *BK* и *CN* пересекаются в точке *M*. Прямая, проходящая через точку *M* и параллельная *BC*, пересекает описанную окружность треугольника *AKN* в точках *P и Q*. Найдите сумму углов *BQC и BPC*.